Algunas consideraciones sobre la Tasa Interna de Retorno (TIR)

ROQUE GONZALEZ G. *

En la evaluación económica de un proyecto de inversión es utilizada la tasa interna de retorno (TIR) como criterio de decisión, sin embargo la TIR presenta características especiales como quiera que se trata de la solución de un polinomio de grado n.

QUE ES LA TIR?

La TIR, matemáticamente, es la solución a un polinomio de grado n.

Un polinomio es una ecuación de la forma:

$$Co + C_1 X + ... + C_n X^n = \sum_{K=0}^{n} C_K X^k \quad (1)$$

Los números Co, C_1, ... C_n son llamados coeficientes del polinomio y el entero no negativo n es llamado el grado del polinomio.

(Si $C_n \neq 0$)

Ejemplo:

$$6 X^4 - 11 X^3 + 7 X^2 - 22X + 24 = 0$$

Este polinomio es de grado 4, y por lo tanto tiene a lo máximo 4 raíces o soluciones.

* Licenciado en Matemáticas U. Libre

Estudios de Postgrado en Matemáticas-Estadística U. Sao Paulo Especialización en Administración Universitaria: Fundación Getulio Vargas - Organización Universitaria Interamericana

La TIR desde el punto de vista económico:

— Mide el rendimiento de un proyecto de inversión.

La TIR desde el punto de vista matemático:

— Es el valor de la i que hace una ecuación polinómica igual a cero (el valor presente neto igual a cero VPN   0).

$$VPN = \Sigma_{j=0}^{n} R_j \; (1+i)^{-j} = 0$$

Si hacemos $(1+i) = X$

Entonces $VPN = \Sigma_{j=0}^{n} R_j \; X^{-j} = 0$

$$R_n \neq 0 \qquad (2)$$

es una ecuación polinómica de la forma planteada en (1).

ASPECTOS IMPORTANTES EN LA SOLUCION DE UN POLINOMIO DE GRADO (n)

Un polinomio de grado n presenta:

a. **Un máximo de n soluciones o raíces**

En el caso del VPN = 0, de grado n, quiere decir,que puede tener n tasas de retorno.

b. **Soluciones positivas y/o negativas**

En el caso del VPN   0, solo interesa las raíces o soluciones positivas.

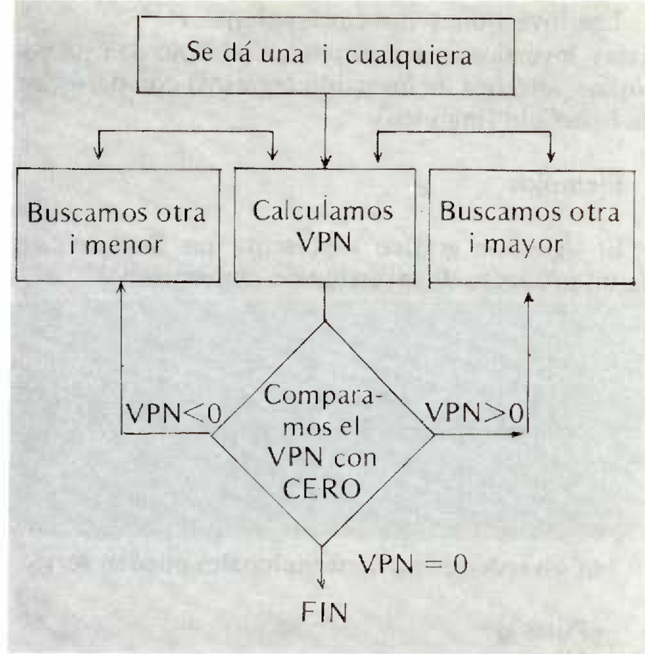
c. **Soluciones Reales o Complejas**

En el caso del VPN = 0, solo interesa las soluciones reales.

d. **Díficil cálculo**, cuando $n \geqslant 4$

PROCESO DE SOLUCION DE UN POLINOMIO DE GRADO n (VPN = 0)

El proceso de solución de un polinomio de grado n (VPN = 0), se representa mediante este diagrama de flujo.



Este diagrama de flujo puede ser utilizado en un trabajo de cálculo manual o para realizar un programa para un microcomputador.

SOLUCIONES AL PROGRAMA DE MULTIPLES RAICES (MULTIPLES TIR)

Para abordar el problema de múltiples TIR, es importante para nuestro caso concreto definir los diferentes tipos de inversión, así:

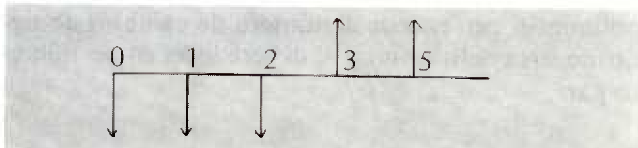
Las inversiones pueden ser:

— Convencionales
— No convencionales

Las inversiones convencionales presentan en su flujo de caja resultante uno o más períodos de beneficio (ingresos), después de uno o más períodos de inversión (egresos).

Ejemplo:

El siguiente gráfico, representa un flujo de caja de un proyecto de inversión convencional.

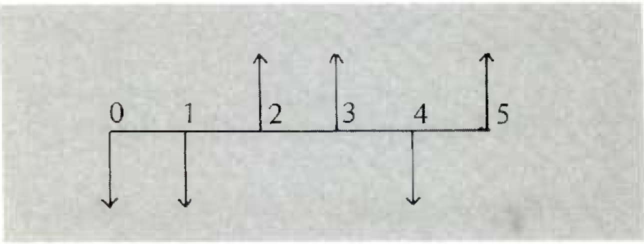


Este tipo de inversión presenta un polinomio con una solución y en consecuencia **solamente una TIR.**

Las inversiones no convencionales
Estas inversiones presentan en el flujo de caja períodos alternos de inversión (egresos) con períodos de beneficio (ingresos).

Ejemplo:

El siguiente gráfico representa un flujo de caja de un proyecto de inversión no convencional.



Las inversiones no convencionales pueden ser:

- Puras o
- Mixtas

Las inversiones no convencionales puras son aquellas que al llevar a valor presente los flujos de caja, utilizando como tasa de interés, la TIR, para todos los períodos ($t = 0, t = 1, ..., t = n - 1$), se tiene VPN $(i) \leq 0$, donde i es la TIR, por tanto se considera entonces, que aún hay dinero invertido en el proyecto.

Las inversiones no convencionales mixtas presentan un VPN $(i_x) > 0$, además presentan varias soluciones y en consecuencia varias TIR.

SOLUCIONES POSITIVAS DEL POLINOMIO

(VPN = 0)

Teniendo en cuenta que solo interesan las soluciones o raíces positivas, una técnica para este propósito es la regla de Descartes que relaciona el número de raíces positivas del polinomio con el número de cambios de signo de sus coeficientes.

REGLA DE DESCARTES

El número de raíces o soluciones positivas de un polinomio no excede al número de cambios de signo de sus coeficientes y si difiere lo es en un número par.

Ejemplo:

$$f_{(x)} = 4X^7 - X^6 - 2X^5 + 3X^4 + X^3 - X^2 - X + 1$$

Este polinomio presenta cuatro (4) cambios de signo, así:

X^7 para X^6
X^5 para X^4
X^2 para X^1
X^1 para X^0

Por lo tanto tiene un máximo de cuatro (4) raíces o soluciones positivas, si no presenta 4, tiene dos (2) o ninguna.

Mediante esta Regla se puede preveer el número de raíces positivas del polinomio VPN = 0.

Los aspectos planteados anteriormente son esencialmente necesarios cuando se utiliza la TIR, como criterio de decisión, para medir la bondad de un proyecto de inversión.

BIBLIOGRAFIA

INFANTE, Arturo. "Evaluación Económica de Productos de Inversión". Biblioteca Banco Popular, Cali, 1977.

VARELA V., Rodrigo. "Evaluación Económica de Alternativas Operacionales y Proyectos de Inversión". Editorial Norma, Cali, 1982.

DOLTEN S.A. "Administración Financiera". Editorial Limusa, México.

SPITZBART, Abraham y BARDELL, Ross H. "Algebra y Trigonometría Plana". Compañía Editorial Continental S.A., 1963.

APOSTOL, Tom M. "Calculus Vol. I Segunda Edición". Xerox College Publishing International. Waltham, Massachusetts.

GONZALEZ G., Roque. "Matemáticas Financieras con enfásis en Proyecto" (En prensa.)