

## Análisis de la volatilidad del mercado colombiano en el escenario covid-19: una revisión desde los postulados de la geometría fractal y los modelos econométricos

Alejandro Acevedo-Amorocho <sup>1</sup>  
Universidad Pontificia Bolivariana  
[alejandro.acevedoa@upb.edu.co](mailto:alejandro.acevedoa@upb.edu.co)

Dúwang Alexis Prada-Marín <sup>2</sup>  
Universidad Pontificia Bolivariana  
[duwang.prada@upb.edu.co](mailto:duwang.prada@upb.edu.co)

Javier Alexander Román-Ordoñez <sup>3</sup>  
Universidad Industrial de Santander  
[javier.roman@correo.uis.edu.co](mailto:javier.roman@correo.uis.edu.co)

María Ana Martina Chía-Suarez <sup>4</sup>  
Universidad Santo Tomas, Colombia  
[dconta@ustabuca.edu.co](mailto:dconta@ustabuca.edu.co)

María Teresa Cala-Díaz <sup>5</sup>  
Fundación Universitaria de San Gil - UNISANGIL  
[posgradoscienciaseconomicas@unisangil.edu.co](mailto:posgradoscienciaseconomicas@unisangil.edu.co)

### DOI:

Fecha de recepción: 20 de marzo de 2023  
Fecha de aprobación: 18 de junio de 2023



**Cómo citar este artículo:** Acevedo-Amorocho, A; Prada Marín, D.A.; Román-Ordoñez, J.A.; Chía-Suárez, M.A.M.; Cala-Díaz, M.T. (2023). Análisis de la volatilidad del mercado colombiano en el escenario covid-19: una revisión desde los postulados de la geometría fractal y los modelos econométricos. *Revista Escuela de Administración de Negocios*, (94), (páginas). DOI:

### Resumen

El análisis del índice MSCI COLCAP de la bolsa de valores en Colombia es crucial para comprender la dinámica del mercado y evaluar su estabilidad y riesgos, especialmente en pospandemia. Este estudio se justifica por la necesidad de examinar la persistencia y comportamiento de la volatilidad del índice colombiano en un contexto afectado por el covid-19, donde las fluctuaciones en los precios han sido notoriamente marcadas. Utilizando el coeficiente de Hurst, se determinó que el índice muestra una memoria histórica. El análisis de la volatilidad, basado en ventanas de 20 días, reveló una mayor inestabilidad tras la pandemia. Las pruebas de *backtesting* con

<sup>1</sup>Doctor en Currículum y Profesorado. Universidad de Granada, España. Magíster en Finanzas. Universidad de Santander. Magíster en Ciencia y Tecnología. Universidad de Sevilla, España. Especialista en Alta Gerencia. Universidad Industrial de Santander. Administrador de Empresas. Universidad del Valle. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6715-2832>

<sup>2</sup>Magíster en Matemáticas, Especialista en Docencia Universitaria y Licenciado en Matemáticas. Universidad Industrial de Santander. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7856-379X>

<sup>3</sup>Especialista en Estadística e Ingeniero Industrial. Universidad Industrial de Santander. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8835-5644>

<sup>4</sup>Magíster en Comercio Internacional. Universidad CEU San Pablo, España. Especialista en Gerencia Tributaria y Contadora Pública. Universidad Santo Tomás. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2845-7056>

<sup>5</sup>Magíster en Educación de Entornos Virtuales de Aprendizaje. Universidad Cuauhtémoc (México). Administradora de Empresas. Fundación Universitaria de San Gil - UNISANGIL. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4746-4713>

modelos GARCH indicaron un aumento significativo en el riesgo durante la pandemia, con valores esperados de -1,14 % antes de esta; -7,4 % en marzo de 2020 y -1,95 %, posteriormente. Dado el anterior contexto, se puede indicar que el presente estudio permite comprender la dinámica y estabilidad del mercado colombiano pospandemia, y proporciona herramientas prácticas para mejorar la previsión y gestión del riesgo. Es relevante para inversores, reguladores y académicos interesados en mercados emergentes y su respuesta a eventos globales disruptivos.

**Palabras clave:** persistencia; índice COLCAP; trimestre; volatilidad.

\*\*\*\*\*

## Analysis of Colombian market volatility in the covid-19 scenario: a review from the postulates of fractal geometry and econometric models

### Abstract

The analysis of the MSCI COLCAP index of the Colombian Stock Exchange is crucial to understand the dynamics of the market and assess its stability and risks, especially post-pandemic. This study is justified by the need to examine the persistence and behavior of the volatility of the Colombian index in a context affected by covid-19, where price fluctuations have been notoriously marked. Using the Hurst coefficient, it was determined that the index shows historical memory. The volatility analysis, based on 20-day windows, revealed greater instability after the pandemic. Backtesting tests with GARCH models indicated a significant increase in risk during the pandemic, with expected values of -1.14% before the pandemic, -7.4% in March 2020 and -1.95% afterwards. Given the above context, it can be said that the present study allows us to understand the dynamics and stability of the Colombian market post-pandemic and provides practical tools to improve risk forecasting and management. It is relevant to investors, regulators and academics interested in emerging markets and their response to disruptive global events.

**Keywords:** Persistence; COLCAP index, quarter, volatility forecasting.

\*\*\*\*\*

## 1. Introducción

Cada vez es más evidente que la globalización afecta las dinámicas de las economías de una forma más directa a la que antes el mundo está acostumbrado a sobrellevar, y en palabras de Villalba y Flórez-Ortega (2014), este tipo de dinámica desarrolla diversos análisis referentes a la revisión de la volatilidad de los mercados, lo anterior ha conllevado a observar de forma recurrente los cambios de varianzas y covarianzas condicionales, los cuales fluctúan en la línea del tiempo influenciados por los contrastes de los demás mercados.

El argumento planteado anteriormente obtiene su sustento al revisar los contrastes y reacciones que los mercados viven en el día a día, debido a las decisiones y al nivel de especulación rampante en la esfera global, lo que complejiza de forma categórica el normal desenvolvimiento de la mecánica de mercado. Según Rossi (2013), la complejidad que se está viviendo ha motivado a diferentes actores del mercado a desarrollar análisis más profundos, y para ello, se han estructurado foros y otros eventos internacionales, en donde se ha llegado a proponer la introducción de regulaciones que permitan disminuir la opacidad en el funcionamiento de los mercados, de la mano con la limitación de los accionares de capitales de índole especulativo, los cuales han desencadenado burbujas mercantiles.

Dada la complejidad y la integración a nivel mundial, los impactos especulativos que se dan en los mercados internacionales, los cuales traen consecuencias claramente reflejadas en las bolsas de valores, tanto a nivel global como a nivel regional, no siendo ajena a esta situación el mercado colombiano, cuyo comportamiento se ve reflejado en su índice de mercado, trayendo consecuencias adversas para los inversionistas, actividad que va a contracorriente del accionar de las bolsas, pues según Rodríguez (2018), la principal virtud de los mercados bursátiles es lograr desarrollar la dinámica de la inversión, mediante el traslado de recursos entre agentes superavitarios a deficitarios que requieren de capitales para generar riqueza y prosperidad, pero que desafortunadamente no se han desarrollado análisis sustantivos que permitan evidenciar la profundidad de los impactos que se generan en los mercados de valores y la economía del país, dado este fenómeno por los efectos generados por la dinámica especulativa.

Estos efectos no han sido tan dramáticos y profusos en la economía colombiana, pues al ser comparados con otros mercados más desarrollados y globalizados, las consecuencias que han traído consigo y la proporción de estos no tienen base de comparación con el mercado nacional. Este efecto menos nocivo a la economía local se puede explicar en gran medida debido a que el mercado de valores y, en especial la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), posee una génesis no tan longeva como se creería, pues nace el 3 de julio de 2001, mediante la fusión de las bolsas de Bogotá, Medellín y de Occidente, mecánica de operativización que

hacía que las transacciones fueran en términos de eficiencia y eficacia muy cuestionadas a nivel nacional e internacional.

En la actualidad, la BVC es la entidad encargada de administrar no solo ejercicios financieros multiproductos, sino también gestiona la dinámica multimercados, mediante el manejo de los sistemas de negociación y el debido registro y entrega de data de forma simétrica de los movimientos de los mercados de renta variable, renta fija, el de derivados financieros, *forex*, entre otros. El nacimiento de la BVC trajo como resultado la estructuración de un indicador primigenio, el cual daba cuenta del desempeño de mercado, que fue conocido como el Índice General de la Bolsa de Colombia (IGBC), dicho índice recogía los movimientos de las 20 acciones más líquidas, llegando a abordar hasta 40 acciones que llegaron a estructurarlo.

Un mercado naciente, sin tanta trayectoria en los mercados internacionales, nacido de la fusión de 3 bolsas incipientes, requirió rápidamente reestructurar su índice que lo representa, fue así como desde noviembre de 2013 el mercado fue representado por el COLCAP (inaugurado el 15 de enero de 2008), en el supuesto que este instrumento genera con mayor precisión el comportamiento del mercado accionario de la nación. Dicho índice manifiesta de forma expedita las conmutaciones de los precios de las acciones que poseen la mayor liquidez de la BVC, donde la participación de cada acción en el índice está determinada por el correspondiente valor de la capitalización bursátil ajustada (flotante de la compañía multiplicado por el último precio). La canasta del índice COLCAP se componía por un mínimo de 20 acciones, provenientes de 20 emisores diferentes, y llegó a marcar un precio de 25 acciones en total, pues 5 compañías cotizaban tanto acciones ordinarias como preferenciales (Banco de la República, s.f.).

Ahora bien, no han pasado 10 años de haber establecido al COLCAP como el índice de referencia del mercado bursátil para Colombia, y la BVC se vio en la necesidad, nuevamente, de ajustar por tercera vez el índice de referencia del mercado, fue así que el 28 de mayo de 2021, al mercado nacional le fue adjudicado un nuevo índice al cual han denominado MSCI COLCAP, según los directivos de la misma BVC, este cambio se dio con un motivo estratégico, orientado al posicionamiento de los activos financieros locales, ya que la estructura actual

que lo conforma es más consistente y transparente, alineada a las metodologías internacionales, cambios orientados a lograr la atracción de nuevos capitales de inversionistas extranjeros que dinamicen de forma más eficiente el mercado nacional. Según Cortés y Bravo (2023), el índice quedó conformado por un mínimo de 25 valores y 20 emisores basados en valores de libre flotación ajustados, criterios de capitalización de mercado, liquidez e inversión internacional, y será gestionado por la compañía MSCI, ponderador estadounidense de índices.

Lo anteriormente descrito deja ver que la misma dinámica y evolución de los mercados han traído como resultado que el mercado local tenga que ajustarse periódicamente a dichos cambios, prueba de ello es la permutación de estructura en la composición y manejo del índice referente al mercado nacional. Dado el anterior contexto, la presente investigación pretende analizar algunos detalles estadísticos presentes en las series temporales del índice, y que según Villalba y Flórez-Ortega (2014), es muy importante desarrollar medidas del comportamiento de los activos financieros, de la mano con el desarrollo de pronósticos de los precios referentes al comportamiento de la volatilidad de estos activos.

Para poder hacer el cotejamiento de los comportamientos y variaciones del mercado, se han generado una serie de modelos que pretenden aportar de forma empírica herramientas que conduzcan al desarrollo de la determinación de las volatilidades, y para el caso objeto de estudio se ha considerado hacer la revisión de volatilidad sobre muestras continuas y la utilización de un modelo GARCH para el cálculo del *valued at risk* (VaR), estos modelos poseen su génesis en los trabajos de Engle *et al.* (1984) y Bollerslev *et al.* (1988).

Como elemento adicional, el modelo GARCH, establecido por Bollerslev (1986) y Taylor (1986), se fundamenta en que la varianza condicional es dependiente de los hechos pasados, basado en este postulado, y al respecto de formalizar una propuesta de modelar mediante la verificación de memoria mediante la utilización de fractales, sinergizando el modelo mediante la utilización de técnicas econométricas, para poder en gran medida establecer *a priori* los potenciales precios del MSCI COLCAP, labor que podría conllevar a potenciales inversionistas tanto corporativos como personales, a utilizar este tipo de instrumento que

les permita mejorar el *trade off* y disminuir el riesgo dada las volatilidades de los activos que los componen. Lo anteriormente descrito se desarrolló con el principal objetivo de observar el comportamiento de la volatilidad del índice COLCAP en el periodo ex ante y ex postpandemia, para con ello evidenciar si el mercado ha sido capaz de volver a la normalidad que genera en momentos de estabilidad económica.

## 2. Metodología

La labor investigativa desarrollada es aplicada con una connotación inferencial, por lo tanto, lejos de brindar predicciones precisas acerca del comportamiento bursátil del índice MSCI COLCAP, lo que se procuró fue ser un insumo básico para aquellos individuos u organizaciones que deseen desarrollar sus inversiones en un estadio de mayor seguridad, dado el previo estudio del comportamiento de la volatilidad.

La metodología incluyó 4 etapas consecutivas, en las que se utilizó como herramienta de procesamiento y análisis estadístico de datos Excel versión 2205, y el programa estadístico R versión 3.6.1. con sus respectivas librerías. La primera etapa tuvo como objetivo entrar en contacto con los datos, clasificarlos, organizarlos para poder establecer, mediante el exponente (H), si estos poseen persistencia y dependencia estadística a largo plazo, esto se logra determinando la autosimilaridad (reducción de la escala temporal, la cual representa la trayectoria del proceso), y el cálculo del valor no entero de la DF, relacionada con las variaciones que se experimentan entre puntos próximos, por lo que cuanto mayor es el valor de la dimensión, mayor será la variación. (Rodríguez, 2014, p. 153).

Para el tratamiento de los datos obtenidos de la serie financiera del MSCI COLCAP, estos deben ser convertidos en retornos, lo anterior se debe a que los datos poseen autocorrelación cercanos a 1 en el retardo 1, y es por ello la conveniencia de trabajar con retornos, ejercicio que permite medir el cambio relativo de los precios (Fan y Yao, 2003). Lo anterior se puede expresar con la siguiente fórmula:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \quad (1)$$

Por otra parte, y dado que los datos que se generan en el mercado poseen una gran cantidad de registros dados por los volúmenes de transacción, se hace recomendable establecer los rendimientos mediante el establecimiento de retornos logarítmicos (Casas y Cepeda, 2008). Dicho efecto queda reflejado en la siguiente fórmula:

$$r_t = \log(1 + R_t) = \log\left(1 + \frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \log(P_t) - \log(P_{t-1}) \approx \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (2)$$

Para Tsay (2005), la obtención de la serie logarítmica de los retornos no posee unidades, lo cual facilita los cálculos de los retornos compuestos  $k$  por periodos entre el tiempo  $t-k$  y  $t$ .

$$\begin{aligned} 1 + R_t[k] &= \frac{P_t}{P_{t-k}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} * \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} * \dots * \frac{P_{t-k+1}}{P_{t-k}} \\ &= (1 + R_t)(1 + R_{t-1}) \dots (1 + R_{t-k+1}) \\ &= \prod_{j=0}^{k-1} (1 + R_{t-j}), \end{aligned} \quad (3)$$

Donde:

$k$  es el retorno bruto, definido por el producto de cada uno de los retornos brutos de los  $k$  periodos implicados.

Ahora bien, según Peters (1994b), debido a que las series temporales de activos financieros usualmente no mantienen una distribución normal, y contienen una serie de características intrínsecas que obligan a aplicar modelos específicos que detecten sus particularidades (Espinosa y Vaca, 2017).

Aunado a lo anterior, Tsay (2005) indica que la distribución de las series temporales posee retornos con eventos de colas gordas, y adicionalmente el *trade off* riesgo retorno no es lineal; las anteriores acciones posibilitan la utilización de métodos alternativos que brinden una visión más realista del riesgo que solo la varianza del activo, o que asuman varianza

homocedástica (Hamilton, 1994). Por ello, Engle (1982) estructuró un modelo estocástico el cual denominó ARCH, y cuyo principio establece que la distribución del pasado no se presenta de forma uniforme en la línea del tiempo; aunado a este tipo de métodos también se encuentra el cálculo de la Dimensión Fractal (DF), que permite un análisis de mercados con menos supuestos teóricos y, por tanto, sus resultados se pueden considerar robustos (Casparri y Moreno, 2008).

Hanusz *et al.* (2016), advierten que hay que considerar que uno de los problemas comunes en las aplicaciones de los modelos es establecer si el valor medio de un fenómeno estudiado es igual a un número dado, es decir, se debe comprobar la hipótesis  $H_0: \mu = \mu_0$ , por ello lo recomendado es revisar primeramente la evidencia de normalidad para la ventana de observación, que es precisamente el periodo covid, una de las pruebas para esta labor es la de Shapiro y Wilk (1965), test estadístico que se desarrolla para comprobar si un conglomerado de datos son susceptibles de modelarse mediante la distribución normal.

En la prueba de normalidad de Shapiro y Wilk (1968) se contrasta las siguientes hipótesis:

$H_0$ : los datos se distribuyen de forma normal.

$H_1$ : los datos no se distribuyen de forma normal.

La estructura de la ecuación es la siguiente:

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n \alpha_i x_{(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4)$$

Donde:

$x_{(i)}$  es la cifra que ocupa la  $i$ -ésima posición en la data.

$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$  es la media de la muestra.

Después de haber determinado que los precios no se distribuyen de forma normal, se procedió al cálculo de la Dimensión Fractal (DF). Para poder desarrollar la técnica es



indicado decir que existen varios métodos con los cuales es posible hallar dicha dimensión; uno es a través del coeficiente H, el cual es útil para datos estadísticamente autosimilares (Mandelbrot, 1987, p. 62). Con el cálculo de la DF se calcula el parámetro de volatilidad respecto al valor promedio de la serie temporal total. Esta volatilidad, según este método, es entendida como los valores máximos y mínimos de una serie temporal para el análisis del riesgo (Mandelbrot, 1987).

Para el caso de la comprobación de la normalidad en el índice MSCI COLCAP se logró evidenciar que la serie temporal del mercado colombiano no presenta linealidad ni distribución normal, ejercicio desarrollado mediante la prueba de Shapiro-Wilk, el cual posee una elevada potencia estadística.

El siguiente paso es seguido por el establecimiento del coeficiente de Hurst o índice H, el cual es calculado mediante el método del rango reescalado. Este método se basa en el análisis de particiones de la serie de datos, copiada inicialmente en subgrupos por acumulación, es decir, a partir de la cantidad inicial N de datos, se crean 4 subgrupos, el primero que contiene el 25 % de los datos iniciales, el segundo grupo contiene la mitad de los datos, el tercer grupo reúne el 75 % de los datos totales y, finalmente, el cuarto grupo con el 100 % de los datos.

Una vez se hayan creado los 4 subgrupos en orden ascendente, con un tamaño de M datos, en cada uno de ellos se calcula el valor promedio  $\bar{Y}_j$ , mediante la siguiente expresión matemática:

$$\bar{Y}_j = \frac{1}{M} \sum_k x_k \quad (5)$$

Donde  $x_j$  son los datos de la serie inicial y  $Y_j$  son los datos de cada subserie, con  $j=1, 2, \dots$  s y  $s=N/M$ .

Seguidamente, se calcula la suma acumulada  $Z_j: \{z_n\}$ , con  $n=1,2,\dots,M$ , de las desviaciones en cada subgrupo mediante:

$$z_n = \sum_k^n \{x_k - \bar{y}_j\} \quad (6)$$

Luego, el rango reescalado  $R_j$  se define como la diferencia entre el valor máximo y mínimo de dicha lista de la suma acumulada:

$$R_j = \text{máx}\{Z_j\} - \text{mín}\{Z_j\} \quad (7)$$

Aunado a lo anterior, se calcula la desviación estándar  $\sigma_j$  en cada subgrupo mediante la ecuación:

$$\sigma_j = \sqrt{\left[\frac{1}{M} \sum_k (x_k - \bar{y}_j)^2\right]} \quad (8)$$

Dado que el método del rango reescalado está alineado a la ley de potencias mediante la ecuación  $(R_j/\sigma_j)M = aM^H$ , es posible hallar el valor del coeficiente  $H$ , utilizando una regresión lineal logarítmica de la cantidad de datos  $M$  respecto al cociente entre el rango reescalado y la desviación estándar  $R_j/\sigma_j$  en cada uno de los subgrupos (Luengas *et al.*, 2010).

El valor de la pendiente de la recta de regresión determina el valor del coeficiente  $H$ . Si  $0 < H < 0.5$  es la serie de tiempo que no presenta persistencia y el exponente  $H$  tiene una dimensión fractal alta, lo que implica una volatilidad y por tanto un riesgo alto. Un mayor exponente  $H$ ,  $0.5 < H < 1$  implica que la serie de tiempo tiene persistencia y una DF más baja (Mandelbrot, 1987, p. 67; Mandelbrot, 1997, p. 55; Peters, 1994a). Esto implica una volatilidad baja y por tanto un riesgo bajo. Debido a que existe una relación entre la DF y el coeficiente  $H$  bajo la ecuación  $2 = DF + H$ , es posible calcular la DF asociada a la serie temporal. Además, el porcentaje de la volatilidad es calculado a través de la ecuación  $\text{Vol} = DF/2$ .

La segunda etapa analizó la volatilidad de la serie de los retornos del índice COLCAP, para ellos fue necesario transformar la serie de precios del índice en retornos empleando la siguiente ecuación:

$$Re_t = \ln \left( \frac{Pr_t}{Pr_{t-1}} \right) \quad (9)$$

Donde:

$Re_t$ : es el retorno de la acción en el periodo  $t$ .

$Pr_t$ : es el precio de la acción en el periodo  $t$ .

$Pr_{t-1}$ : es el precio de la acción en el periodo  $t - 1$ .

Este cambio permitió transformar la serie en estacionaria, lo que simplificó los análisis posteriores, en ese sentido, se estimó la volatilidad de la serie de los retornos mediante el análisis de muestras continuas (*rolling volatility estimation*) con una ventana de 20 muestras, es decir, la volatilidad se estimó de forma mensual, evidenciando de forma más precisa los efectos de los distintos factores que de alguna manera afectan el desempeño del índice. Es importante destacar que la volatilidad se obtuvo al aplicar la desviación estándar en los elementos (retornos) correspondientes a cada ventana, permitiendo de esta manera comparar los resultados entre los 3 periodos de análisis.

La tercera etapa hizo uso de los cálculos de la volatilidad, logrando dimensionar la estabilidad del índice COLCAP y establecer la mejor técnica de análisis para calcular su valor en riesgo (VaR). Teniendo en cuenta que la volatilidad para la presente investigación está en función del tiempo, y que el VaR representa qué tanta rentabilidad se espera perder en el mejor de los peores escenarios, se usaron modelos GARCH (1,1) obtenidos mediante un *backtesting* tomando muestras de 150 retornos cada 50 cotizaciones, con el ánimo de encontrar diariamente dicho valor. Los modelos GARCH especifican que la varianza condicional depende de los cuadrados de las innovaciones pasadas y de las varianzas condicionales de los periodos pasados, por lo tanto, obedecen a la siguiente ecuación:

$$\sigma_t = \omega_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-1} \quad (10)$$

Donde:

$\omega_0, \alpha$  y  $\beta$  son parámetros para estimar con el método de máxima verosimilitud.

$\sigma_t$ : representa la varianza en el periodo  $t$ .

$\sigma_{t-1}$ : representa la varianza en el periodo  $t-1$ .

$\varepsilon_{t-1}^2$ : representa los errores de pronóstico al cuadrado o las innovaciones al cuadrado.

Para esta investigación la probabilidad fijada de encontrar el VaR es del 5 %, es decir, se calculó mediante los modelos GARCH el cuantil 5 de forma diaria, ya que al igual que la volatilidad cambia con el tiempo.

La cuarta etapa tomó los resultados obtenidos previamente para examinar el desempeño del índice COLCAP en los distintos periodos de análisis, y de esta manera concluir cuál ha sido el impacto de la pandemia del covid-19 en este índice, además de mostrar sus perspectivas de respuesta ante este tipo de eventos de alto impacto.

### 3. Resultados

Para la revisión de la volatilidad del mercado colombiano, lo primero que se debe desarrollar es la identificación del componente de persistencia, que según Nieto *et al.* (2016), Solis *et al.* (2019), Martínez *et al.* (2021), indican que la aplicación de la metodología de rango reescalado y exponente de Hurst logra analizar y determinar la persistencia y las estructuras con fenómenos irregulares (autocorrelación) dentro del mercado colombiano, ejercicio que le permite entregar robustez a los modelos GARCH que se construyeron para valorar el riesgo del índice objeto de estudio, es decir que la primera parte del desarrollo se centrará, primeramente, en establecer si las series temporales tanto de precios como de retornos atiende a una distribución normal, para luego de ello evidenciar mediante la aplicación del índice de Hurst si las series poseen persistencia mediante el índice; y finalmente si se desarrolló el establecimiento de 27 modelos GARCH para analizar la volatilidad del índice.

### 3.1. Establecimiento de la normalidad y persistencia de la serie temporal

Para contrastar la normalidad del índice COLCAP en cada periodo de análisis, se usó la prueba Shapiro-Wilk, más un complemento gráfico basado en el uso del histograma (ver la tabla 1 y la figura 1).

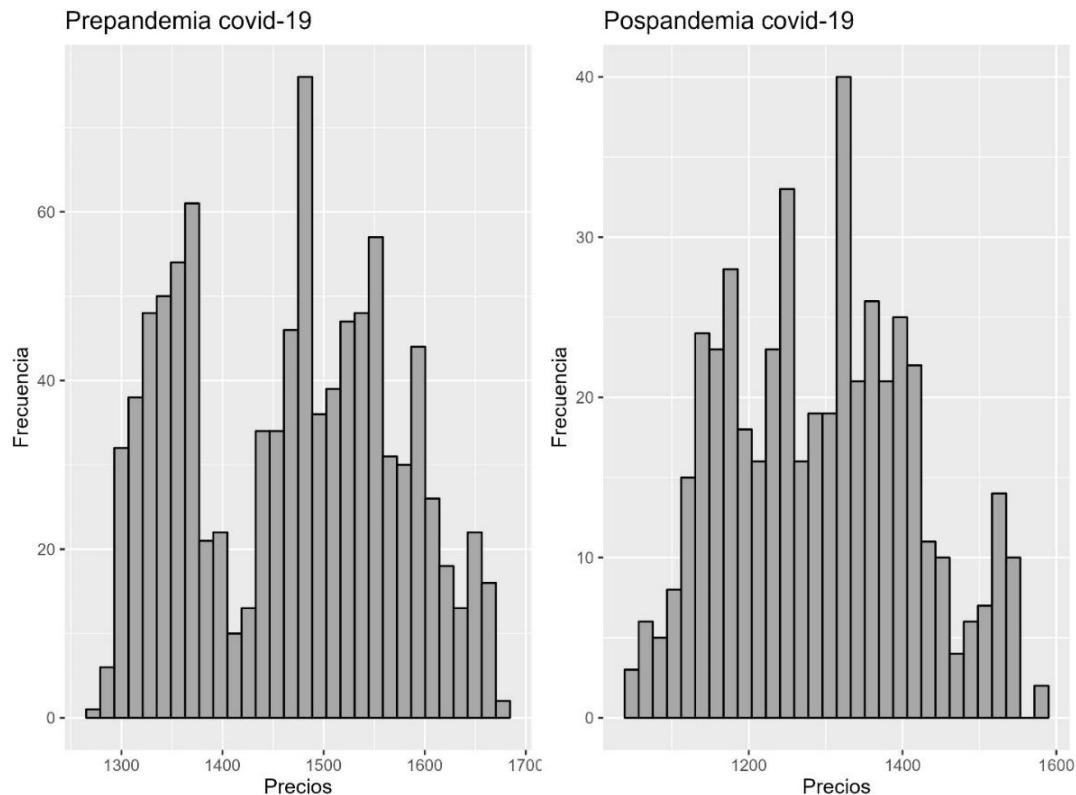
**Tabla 1.** Resultados de prueba Shapiro-Wilk para los periodos del análisis del índice COLCAP

Periodo	Estadístico	Significancia	Valor P
11 de marzo de 2016, hasta el 11 de marzo de 2020	0,95735	0,05	$3,05 \cdot 10^{-16}$
1 de abril de 2020, hasta el 11 de marzo de 2022	0,9808	0,05	$6,42 \cdot 10^{-06}$

**Fuente.** Elaboración propia.

Los resultados de la tabla 1 muestran que en ambos contrastes el valor P es menor al nivel de significancia asignado, en consecuencia, se rechaza la hipótesis nula, la cual estableció que los precios del índice COLCAP siguen una distribución normal. De igual manera, al revisar los histogramas de la figura 1, se evidencia que las cotizaciones del índice COLCAP para ambos periodos de análisis no presentan una distribución semejante a la normal, además, en ambos casos existen altas probabilidades de encontrar precios extremos (colas gruesas). Vale la pena mencionar que en el periodo previo a la pandemia del covid-19 se presentaron, aparentemente, dos grupos de precios (entre 1300 a 1400, y entre 1400 a 1700) con una mayor probabilidad de precios altos.

**Figura 1.** Distribución de los precios del índice COLCAP para los dos periodos de análisis



**Fuente.** Elaboración propia.

Luego de evidenciar que la serie de tiempo del COLCAP no presenta linealidad ni normalidad, es posible determinar la memoria o persistencia de los datos mediante la metodología del cálculo del exponente  $H$ , que permitirá determinar si dicha data presenta memoria histórica, con la cual se logre establecer con mayor precisión el comportamiento de las volatilidades del índice estudiado.

Para ello, la serie se debe distribuir en subseries fraccionadas, y la información decantada está expuesta en la tabla 2, que muestra los valores de los subgrupos, el número de datos, el rango reescalado, la desviación estándar, el logaritmo del número de datos y el logaritmo del cociente del rango reescalado sobre la desviación estándar de los datos ex ante del covid-19.

En la figura 2 se observa la regresión lineal logarítmica de los datos ex ante del covid -19, donde se observa un valor de  $H=1,33$ , luego la dimensión fractal es baja, la volatilidad es baja

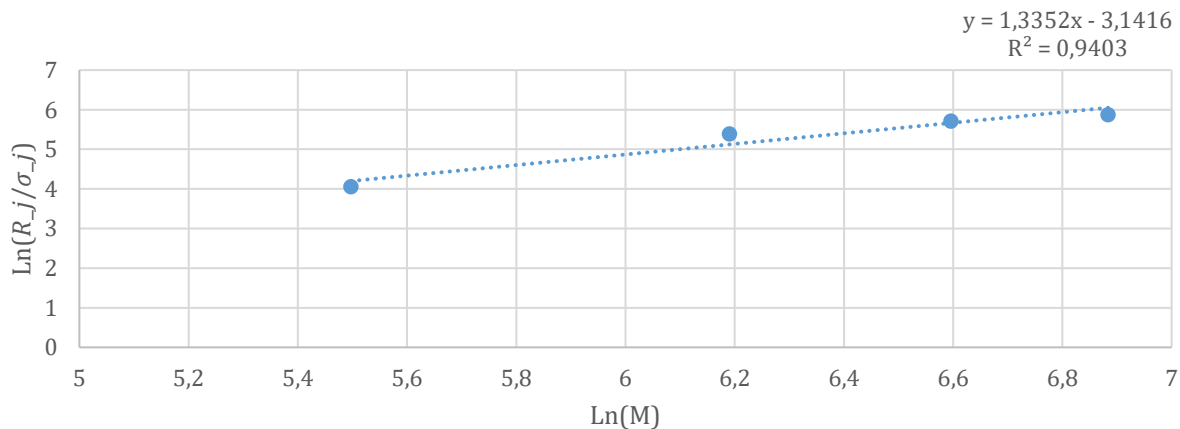
y el riesgo es bajo. Debido a que el valor promedio de la serie fue 1466,70 y la volatilidad muestra un 33,24 %, se tiene que el indicador puede tener un valor mínimo de 979,17 y 1954,23 como valor máximo.

**Tabla 2.** Datos serie ex ante covid-19

Subgrupo	Número de datos (M)	Rango reescalado (R <sub>i</sub> )	Desviación Estándar (σ <sub>i</sub> )	Ln (M)	Ln (R <sub>i</sub> /σ <sub>i</sub> )
1	244	1533,54	26,58	5,49	4,05
2	488	16536,57	75,53	6,19	5,33
3	732	25263,13	83,35	6,59	5,71
4	976	36788,74	103,09	6,88	5,87

**Fuente.** Elaboración propia.

**Figura 2.** Regresión lineal logarítmica de datos ex ante pandemia covid-19



**Fuente.** Elaboración propia.

Respecto a los datos ex post covid-19, en la tabla 3 se muestran los valores de los subgrupos, el número de datos, el rango reescalado, la desviación estándar, el logaritmo del número de datos y el logaritmo del cociente del rango reescalado sobre la desviación estándar.

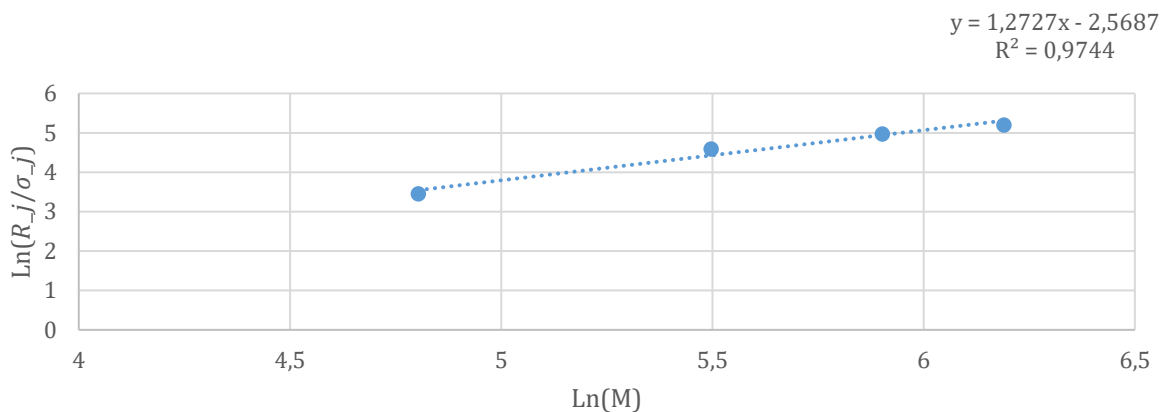
**Tabla 3.** Datos serie exposcovid-19

Subgrupo	Número de datos (M)	Rango reescalado (R <sub>i</sub> )	Desviación standard (σ <sub>i</sub> )	Ln (M)	Ln (R <sub>i</sub> /σ <sub>i</sub> )
1	122	2120,25	66,78	4,80	3,45
2	244	11781,60	119,67	5,49	4,58
3	366	15066,94	104,04	5,90	4,97
4	488	23058,70	126,74	6,19	5,20

**Fuente.** Elaboración propia.

En la figura 3 se observa la regresión lineal logarítmica de los datos ex pos del covid-19, en la cual se observa un valor de  $H=1.27$ , luego la dimensión fractal es baja, la volatilidad es baja y el riesgo es bajo. Debido a que el valor promedio de la serie fue de 1287,46 y la volatilidad muestra un 36,39 %, se tiene que el indicador puede tener un valor mínimo de 818,95 y 1755,97 como valor máximo.

**Figura 3.** Regresión lineal logarítmica de datos ex pospandemia covid-19



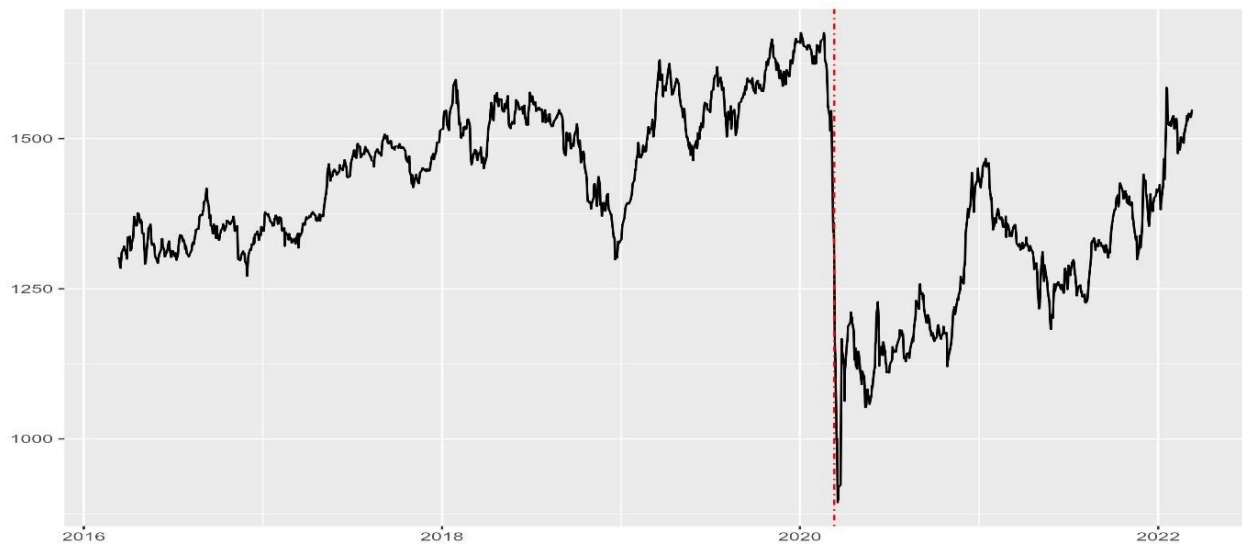
**Fuente.** Elaboración propia.



### 3.2.Revisión de la volatilidad

Para el análisis cuantitativo del índice, se descargaron de la base de datos de Economática desde el 11 de marzo de 2016, hasta el 11 de marzo de 2022 un total de 1464 datos, a los cuales se le calcularon las respectivas rentabilidades, en ese sentido, la figura 4 muestra el comportamiento histórico de la serie con una línea vertical en rojo que muestra el momento exacto en que la Organización Mundial de la Salud declaró la pandemia del covid-19, el día 11 de marzo de 2020.

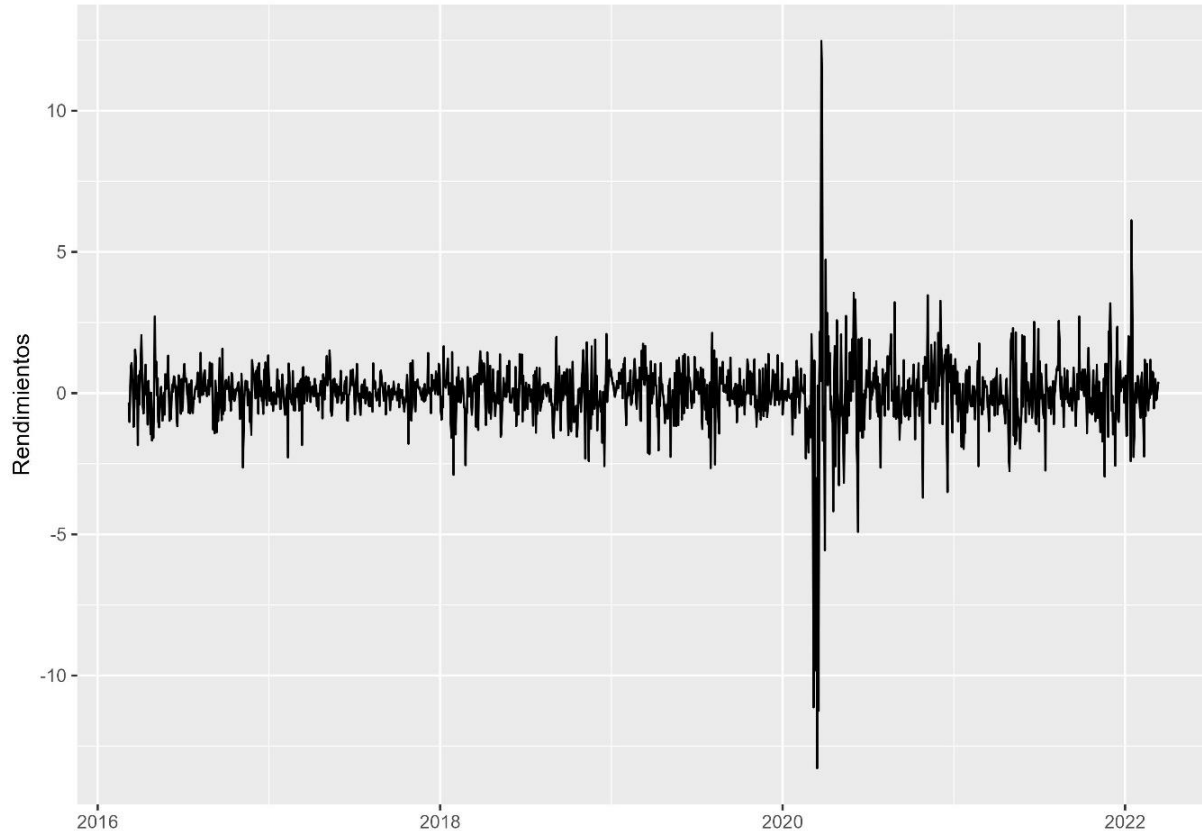
**Figura 4.** Comportamiento del índice bursátil de la Bolsa de Valores de Colombia desde el 2016 a marzo de 2022



**Fuente.** Elaboración propia.

El análisis de volatilidad (por lo menos de forma gráfica) se hace más simple si el valor esperado gira en torno a un valor específico, en ese sentido, al transformar la serie del índice bursátil de la Bolsa de Valores de Colombia en retornos, se aprecia que su valor esperado es de cero, con una varianza “homogénea” hasta finales del año 2019. Posteriormente, la varianza sufre un cambio dramático durante los 4 primeros meses del año 2020, a partir de allí, si bien es cierto que la varianza se estabiliza, esta no logra comportarse como lo venía haciendo hasta finales del año 2019 (figura 5).

**Figura 5.** Retornos del índice bursátil de la Bolsa de Valores de Colombia desde el 2016 hasta el 11 de marzo de 2022



**Fuente.** Elaboración propia.

Teniendo en cuenta que la desviación estándar (en este caso de los retornos) se usa como medida de la volatilidad, su comportamiento viene ligado al análisis de la varianza descrito anteriormente, en ese sentido, se calculó la volatilidad para los 3 periodos de análisis (tabla 4).

Los resultados de la tabla 4 muestran que el índice bursátil de la Bolsa de Valores de Colombia mantuvo un periodo de mayor estabilidad antes de la pandemia, ya que su volatilidad alcanzó un 0,81 % frente a la que se registra actualmente, cuyo valor es de 1,12 %, es decir, la declaratoria de pandemia trajo consigo una inestabilidad en el índice COLCAP, a tal punto que no ha logrado recuperarse o llegar a los valores registrados en etapas previas.

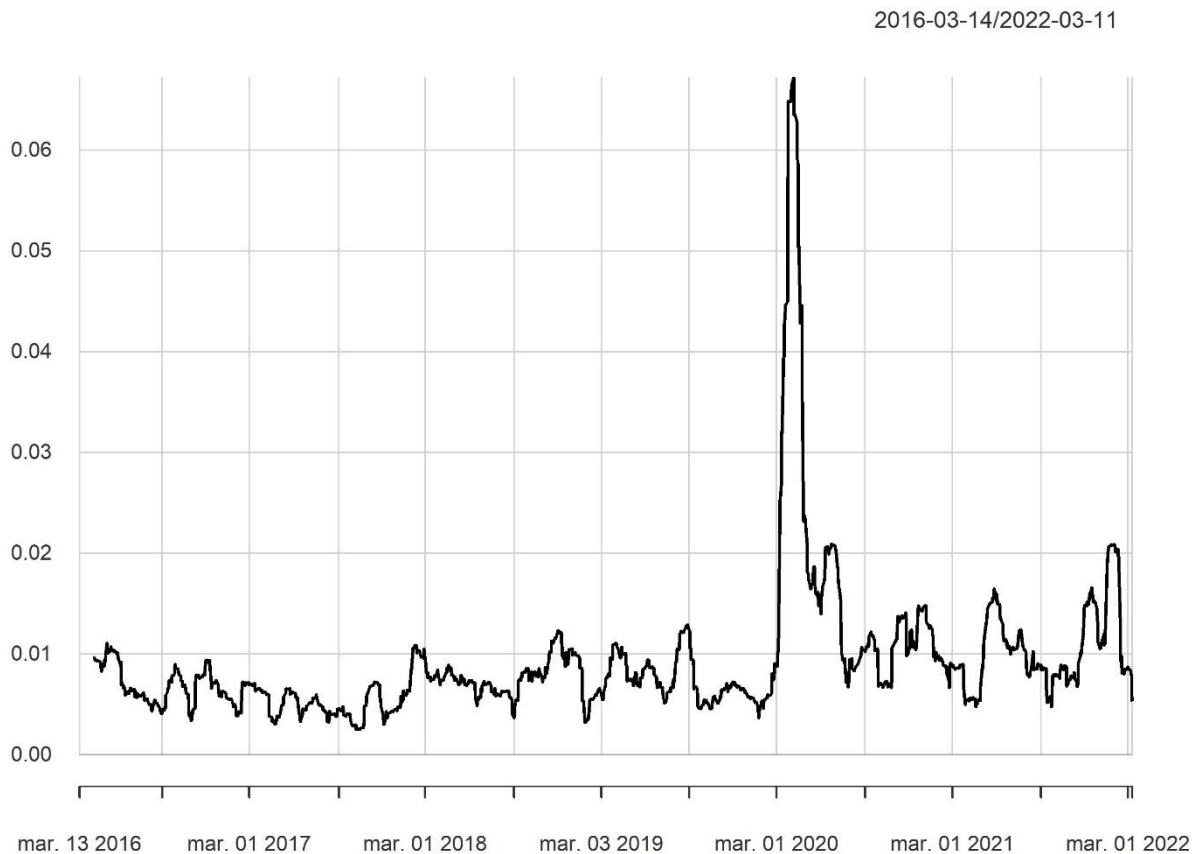
**Tabla 4.** Cálculo de la volatilidad para los 3 principales periodos de la varianza de los retornos

Periodo	Volatilidad
Primer periodo (11 de marzo de 2016, hasta el 11 de marzo de 2020)	0,008121446
Segundo periodo (11 al 31 de marzo de 2020)	0,073235
Tercer Periodo (1 de abril de 2020 hasta 11 de marzo 2022)	0,012124

**Fuente.** Elaboración propia.

Por su parte, la figura 6, muestra el cálculo de la volatilidad por periodos de 20 días (promedios mensuales), mediante la técnica *rolling volatility stimulation*, en donde se evidencia claramente que la volatilidad previa a la declaratoria de pandemia es menor que la registrada en la actualidad, asimismo, esta coyuntura en sus primeros días sacudió el índice COLCAP de una manera nunca antes vista, alcanzando una volatilidad del 7 %, es decir, esta declaratoria trajo consigo un efecto de intervención que perdura después de 2 años independientemente de la tendencia alcista del índice. Sin embargo, se debe resaltar que la volatilidad, así como la caída del valor del índice COLCAP, se venía presentando desde principios del año 2020, lo que significa que existen otros factores que impulsaron este comportamiento independientemente de la pandemia, uno de ellos en la actualidad es el caso de las Opas desarrolladas por el grupo Gilinski, ofertando por controlar a Nutresa y Sura, dos empresas emblemáticas del Grupo Empresarial Antioqueño, de igual forma, el mercado ha recibido el impacto de la guerra que se desató entre Rusia y Ucrania, efecto que ha traído turbulencia e inestabilidad en los mercados. Es preciso indicar que debido a la forma como el mercado de valores en Colombia está muy concentrado, esto es un efecto que lo hace menos volátil, sobre todo en pandemia.

**Figura 6.** Estimación de la volatilidad móvil rolling volatility stimation



**Fuente.** Elaboración propia.

Estas características económicas, sin lugar a duda, generan un mayor riesgo para los inversionistas, y sobre todo para aquellos que invierten en las 20 empresas que componen el índice, en ese sentido, su valoración es de suma importancia a la hora de realizar transacciones en el mercado, por ello, es necesario cuantificar cuánto se espera perder en el mejor de los peores casos, teniendo en cuenta la coyuntura económica en la que se encuentra el índice COLCAP. En finanzas ese valor se representa mediante el cuantil 5 (denominado como el *valued at risk* o VaR), de la distribución de los retornos, pero como se logró evidenciar anteriormente, la volatilidad no es constante, en consecuencia, el valor de dicho cuantil también es dinámico y no es el mismo dependiendo de la ventana de tiempo escogida para su cálculo, por ese motivo se recomienda ajustar un modelo que describa el VaR en función del tiempo, generalmente los modelos *generalized autoregressive conditional*

*heteroscedasticity* (GARCH) permiten, además de predecir el VaR, ajustar mediante un *backtesting* dicho cuantil, teniendo en cuenta la información disponible. Para este caso, al tomar muestras de 150 elementos y ajustando un nuevo modelo GARCH (1,1) cada 50 cotizaciones, se calculó dicho cuantil de forma diaria. Vale la pena mencionar que dadas las características del *backtesting*, la cantidad de modelos GARCH (1,1) llegó a los 27 (tabla 5).

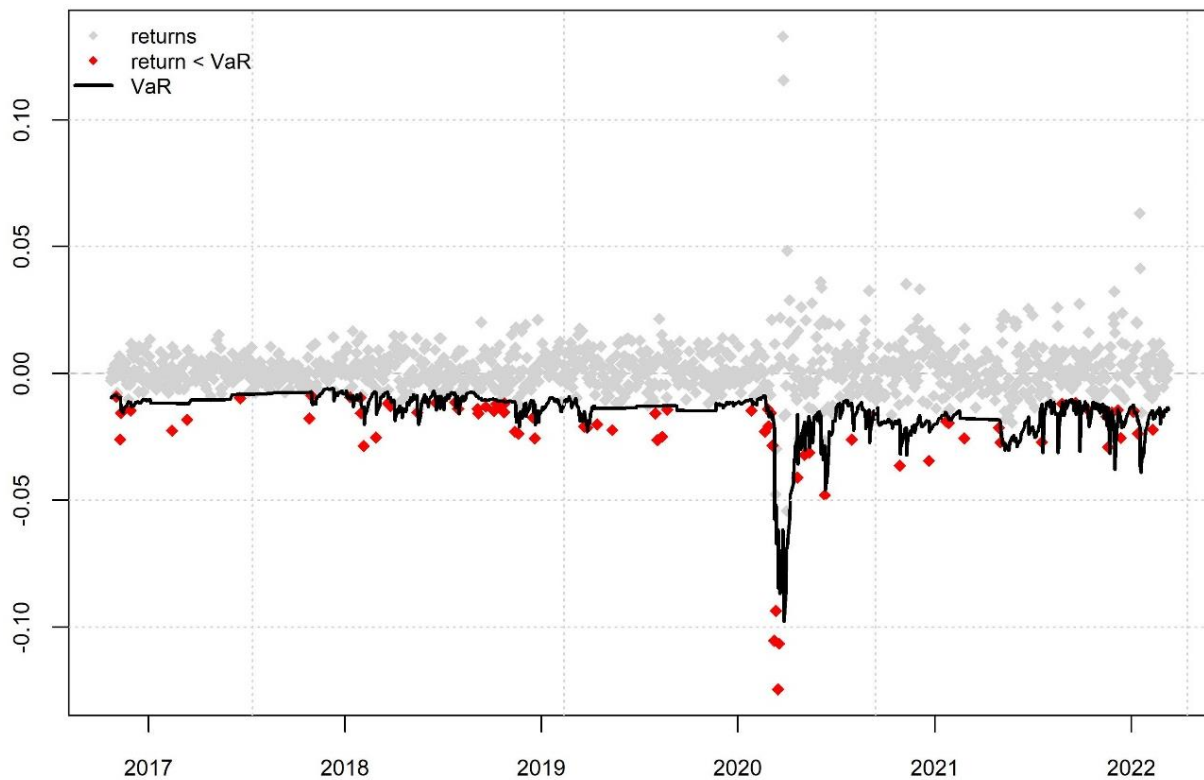
**Tabla 5.** Modelos GARCH obtenidos mediante el *backtesting*

Modelo	Omega	Alfa	Beta
1	2,78E-06	7,05E-02	8,74E-01
2	8,61E-08	1,09E-07	9,98E-01
3	2,12E-08	1,63E-05	9,98E-01
4	2,54E-15	1,85E-03	9,96E-01
5	1,05E-08	5,80E-08	9,98E-01
6	4,08E-06	1,57E-01	6,71E-01
7	3,54E-07	1,35E-01	7,39E-01
8	4,01E-06	3,21E-01	6,77E-01
9	1,60E-05	3,27E-01	3,96E-01
10	6,51E-15	1,59E-02	9,78E-01
11	1,16E-05	1,70E-01	6,30E-01
12	4,82E-06	1,96E-01	7,49E-01
13	2,72E-08	1,52E-10	9,99E-01
14	1,51E-08	6,31E-09	9,98E-01
15	8,63E-08	2,39E-09	9,98E-01
16	6,33E-07	7,65E-02	8,12E-01
17	5,55E-06	1,02E-01	7,87E-01
18	1,40E-05	3,73E-01	6,25E-01
19	7,51E-06	2,75E-01	7,23E-01
20	5,74E-05	3,12E-01	6,86E-01
21	9,59E-06	7,56E-02	8,67E-01
22	3,48E-07	1,44E-05	9,98E-01
23	4,70E-06	1,41E-01	8,55E-01
24	2,27E-05	4,85E-01	4,07E-01
25	3,27E-05	4,83E-01	3,19E-01
26	9,65E-06	1,10E-01	8,06E-01
27	4,46E-05	5,51E-01	2,84E-01

**Fuente.** Elaboración propia.

Por su parte, la figura 7 muestra en color gris el valor real de los retornos, en color negro la estimación del cuantil 5 (VaR), mientras que los puntos rojos corresponden a las excedencias y/o pérdidas extremas que son mayores que las predichas por el valor en riesgo. Es importante mencionar que la cobertura de la prueba fue de 0,0594, un valor cercano al 5 % (cuantil 5), por lo que ni se subestima o sobreestima el riesgo calculado, en ese sentido, los modelos GARCH se ajustaron de forma correcta a los datos.

**Figura 7.** Valor en riesgo del índice COLCAP mediante el empleo de los modelos GARCH (1,1) obtenidos



**Fuente.** Elaboración propia.

Continuando con los resultados de la figura 4, se evidencia que el valor del cuantil del 5 % cambia de forma constante con la volatilidad, de igual manera, es claro que el riesgo de pérdida aumentó significativamente a principios del año 2020, descendiendo posteriormente, pero sin llegar a los resultados previos a la pandemia (tabla 6).

**Tabla 6.** Promedio del cuantil 5 por periodo

Periodo	Cuantil
Primer periodo (11 de marzo de 2016, hasta el 11 de marzo de 2020)	-0,01141308
Segundo periodo (11 al 31 de marzo de 2020)	-0,07406087
Tercer periodo (1 de abril de 2020 hasta el 11 de marzo 2022)	-0,01959144

**Fuente.** Elaboración propia.

Dado que el cuantil 5 representa cuánto se espera perder en el mejor de los peores casos, es evidente que en promedio el riesgo de pérdida antes de la pandemia era más bajo, ya que su cuantil es de -0,01141308, mientras que en el periodo actual el riesgo de pérdida es mayor, con un cuantil promedio de -0,01959144. Vale la pena mencionar que en el inicio de la pandemia el riesgo de pérdida aumentó hasta 7 veces, lo que representa una clara sensibilidad del índice COLCAP ante eventos adversos, pero lo más preocupante es que su capacidad de absorber o recuperarse de estos eventos es limitada, ya que después de 2 años de pandemia la bolsa colombiana es más inestable, sin importar la tendencia alcista de sus precios.

Por otra parte, se logró precisar que el análisis de la volatilidad mediante ventanas de 20 días mostró un incremento notable en la inestabilidad después de la pandemia. Este hallazgo coincide con estudios previos que documentan una mayor volatilidad en los mercados financieros durante eventos globales disruptivos. La utilización de modelos GARCH para el cálculo del valor en riesgo (VaR) confirmó que el riesgo asociado al índice COLCAP se incrementó significativamente durante el pico de la pandemia, con una notable diferencia en los valores esperados del VaR antes, durante y después del evento. Esta evidencia subraya la magnitud del impacto económico del covid-19 en el mercado colombiano, y la necesidad de modelos adaptativos que puedan gestionar y mitigar los riesgos asociados a tales eventos.

Finalmente, es debido indicar que la integración de los postulados fractales y los modelos econométricos ofrecen una visión complementaria que enriquece el análisis de la volatilidad del mercado. Mientras que la teoría fractal proporciona una comprensión de los patrones y la persistencia en la serie temporal, los modelos econométricos como el GARCH permiten

cuantificar y gestionar el riesgo en función de la volatilidad observada. Esta combinación metodológica proporciona una herramienta robusta para la previsión y gestión del riesgo en contextos de alta incertidumbre.

#### **4. Conclusiones**

La revisión sistemática de la varianza para el índice COLCAP ha llevado a determinar una serie de particularidades que intrínsecamente poseía la serie de tiempos, los cuales permitieron generar una serie de análisis y posteriores conclusiones de estas, las cuales se plantean a continuación.

Lo primero que se observó es que, efectivamente, y al igual que las series temporales financieras, la data del índice COLCAP no atiende a distribuciones normales, resultado con el cual se procedió a desarrollar el análisis de persistencia mediante el cálculo de la dimensión fractal bajo los postulados del exponente H. Con el desarrollo del rango reescalado se pudo apreciar un comportamiento *ex ante* y *ex pos* del periodo de pandemia, datos que indican que en el periodo anterior al evento del covid-19 el índice estaría fluctuando entre 979 a 1954 Pbs, con un promedio de 1466 Pbs, ahora bien, en un periodo posterior el modelo indica que el índice oscilaría entre 819 Pbs y 1756 Pbs, con un promedio de 1287 Pbs, estos resultados indican claramente que los efectos de este evento no le ha permitido a la economía nacional lograr una plena recuperación, y que se está pasando por un periodo de inestabilidad y un alto de nivel de volatilidad, indicando que lo esperado para el índice es una clara tendencia de mercado bajista, tal como lo han mostrado los resultados actuales en el índice.

El anterior desarrollo permitió para el análisis de riesgo tener una mayor asertividad y seguridad al momento de revisar la volatilidad mediante modelos econométricos, como fue el caso de estudio, el cual utilizó los modelos heterosedásticos generalizados autorregresivos GARCH, que dieron buena cuenta del comportamiento de la volatilidad del índice objeto de estudio. Los resultados obtenidos indican que el mercado continúa con una tendencia bajista,



y que antes del evento del covid-19 el índice se comportaba con una volatilidad de alrededor de un -1,14 %, para el periodo de pandemia dicho comportamiento subió hasta un 7,40 %, efecto dado al cierre de la economía no solo a nivel local, sino a nivel mundial y, finalmente, en el periodo pospandemia el mercado registra una volatilidad del -1,95 %, es decir que el COLCAP no ha logrado retornar a las condiciones normales, y este tipo de alta inestabilidad hace que los crecimientos que obtiene el mercado fácilmente se pierdan por ocurrencias inesperadas en la dinámica de la operación.

Finalmente, el estudio destaca que, a pesar de la complejidad y la elevada volatilidad observada durante la pandemia, la combinación de enfoques fractales y econométricos puede mejorar la comprensión y la gestión del riesgo en los mercados financieros. Sin embargo, también revela que la recuperación del mercado colombiano poscovid-19 es un proceso complejo, que requiere una vigilancia continua y ajustes en las estrategias de inversión y gestión del riesgo. Las limitaciones del estudio, como la dependencia de datos históricos y las suposiciones inherentes a los modelos econométricos, sugieren la necesidad de futuras investigaciones que exploren nuevas metodologías y enfoques para abordar la volatilidad en un entorno económico en constante cambio.

## 5. Referencias

- Banco de la República. (s.f.). *Mercado accionario*.  
<https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas/mercado-accionario>
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31 (3), 307-327. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(86\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1)
- Bollerslev, T., Engle, R. & Wooldridge, J. (1988). A capital asset pricing model with time varying covariances. *Journal of Political Economy*, 96 (1), 116-131. <https://doi.org/10.1086/261527>
- Casas, M. y Cepeda, E. (2008). Modelos ARCH, GARCH y EGARCH: aplicaciones a series financieras. *Cuadernos de Economía*, 27(48), 287-319.
- Casparri, M. y Moreno, A. (2008). *Geometría fractal y mercados financieros*. Universidad de Buenos Aires.
- Cortés, J. y Bravo, W. (2023). Análisis del propósito de un portafolio eficiente para clientes inversionistas. *Economía & Sociedad*, 4(1), 8-16. <https://doi.org/10.5377/aes.v4i1.16155>
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1007.  
<https://doi.org/10.2307/1912773>
- Engle, R., Granger, C. & Kraft, D. (1984). Combining competing forecasts of inflation with a bivariate ARCH model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 8(2), 151-165.  
[https://doi.org/10.1016/0165-1889\(84\)90031-9](https://doi.org/10.1016/0165-1889(84)90031-9)
- Espinosa, O. y Vaca, P. (2017). Ajuste de modelos GARCH clásico y Bayesiano con innovaciones T-Student para el índice COLCAP. *Revista de Economía del Caribe*, 19, 34-63.  
<https://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/economia/article/view/8343>
- Fan, J. & Yao, Q. (2003). *Nonlinear time series: nonparametric and parametric methods*. Springer.  
<https://doi.org/10.1007/978-0-387-69395-8>
- Hamilton, J. (1994). *Time series analysis*. Princenton University press.

- Hanusz, Z., Tarasinska, J. & Zielinski, W. (2016). Shapiro-Wilk test with know mean. *REVSTAT - Statistical Journal*, 14(1), 89-100. <https://doi.org/10.57805/revstat.v14i1.180>
- Luengas, D., Ardila, E. y Moreno, J. (2010). Metodología e interpretación del coeficiente de Hurst. *Odeon*, (5), 265-290.
- Mandelbrot, B. (1987). *Los objetos fractales. Forma, azar y dimensión*. Tusquets Editores.
- Mandelbrot, B. (1997). *Fractals and scalind in finance*. Springer.
- Martínez, M., Ariza, M. y Cadena, J. (2021). Relevancia del patrón de persistencia de Hurst en la gestión de portafolios de renta variable. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*, 32, 66-82. <https://doi.org/10.46661/revmetodoscuanteconempresa.4122>
- Nieto, H., Álvarez, J. y Rodríguez, E. (2016). Análisis de persistencia en acciones financieras en el mercado colombiano a través de la metodología de Rango Reescalado (R/S). *Cuadernos Latinoamericanos de Administración*, 12(22), 23-32. <https://doi.org/10.18270/cuaderlam.v12i22.1783>
- Peters, E. (1994a). *Fractal market analysis*. Wiley & Sons Inc.
- Peters, E. (1994b). *Market analysis: applying chaos theory to investment and economics* (5st ed.). Wiley.
- Rodríguez, N. (2018). La bolsa de valores de Colombia, su naturaleza y su posición sobre las sociedades comisionistas de bolsa: el planteamiento del *service level agreement* (SLA) como posible forma de mitigación. *Derecho PUCP*, (81), 265-302. <https://doi.org/10.18800/derechopucp.201802.009>
- Rodríguez, R. (2014). El coeficiente de Hurst y el parámetro  $\alpha$ -estable para el análisis de series financieras. Aplicación al mercado cambiario mexicano. *Contaduría y Administración*, 59(1), 149-173. [https://doi.org/10.1016/S0186-1042\(14\)71247-1](https://doi.org/10.1016/S0186-1042(14)71247-1)
- Rossi, G. (2013). La volatilidad en mercados financieros y de commodities. Un repaso de sus causas y la evidencia reciente. *Invenio*, 16(30), 59-74. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=87726343005>

- Shapiro, S. & Wilk, M. (1965). An analysis of variance test for normality. *Biometrika*, 52(3/4), 591-611. <https://doi.org/10.2307/2333709>
- Shapiro, S. & Wilk, M. (1968). Approximations for the null distribution of the W statistic. *Technometrics*, 10(4), 861-866. <https://doi.org/10.2307/1267467>
- Solis, J., Ponce, M., Castilla, G., González, J., Pérez, J. & Terán, J. (2019). Hurst exponent with ARIMA and exponential smoothing for measuring persistency of M3- competition series. *IEEE Latin America Transactions*, 17(5), 815-822. <https://latamt.ieeer9.org/index.php/transactions/article/view/1119>
- Taylor, S. (1986). *Modeling financial time series*. John Wiley & Sons.
- Tsay, R. (2005). *Analysis of financial time series*. John Wiley & Sons.
- Villalba, F. y Florez-Ortega, M. (2014). Análisis de la volatilidad del índice principal del mercado bursátil mexicano, del índice de riesgo país y de la mezcla mexicana de exportación mediante un modelo GARCH trivariado asimétrico. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*, 17, 3-22. <https://doi.org/10.46661/revmetodoscuanteconempresa.2191>